Лекция 1

Введение в теорию конвективного теплообмена

Процессы переноса в обобщенном смысле − это большая часть окружающих нас физических явлений в соразмерном человеку масштабе.

Предмет изучения курса можно охарактеризовать как тепло- и массообмен в текучих системах, а еще несколько сузив область рассмотрения – как конвективный тепло- и массообмен.

Фундаментальной основой этого курса должна быть механика, точнее – термомеханика сплошных сред при обобщении теории на случай больших деформаций и нелинейных сред, что достигается за счет усовершенствования языка теории, а точнее – формулировки ее в объективных терминах, т. е. не связанных с какой-либо системой координат.

Такой подход называется «рациональной механикой». Изложение основ механики сплошных сред в рамках данного подхода ведется с использованием объективистской формулировки тензорного исчисления, в которой все основные понятия определяются без использования их представлений в базисах или координатных системах.

Раздел 1. Общие положения теории переноса

§ 1. Общие положения теории переноса

1.1 Тензор напряжений и вектор теплового потока

Механика сплошных сред – это обобщение стандартной классической механики, т. е. механики точек или твердых тел на случай деформируемой сплошной среды (тела). В основе ее лежат те же законы механики, но переформулированные в терминах, применимых к сплошным средам, т. е. в полевой формулировке это: а) второй закон механики Ньютона (или закон сохранения (баланса) импульса); б) закон сохранения энергии; в) закон сохранения массы.

При анализе внутреннего взаимодействия отдельных элементов сплошной среды рассматривается произвольная поверхность S с выбранным направлением внешней нормали $\vec{n}$, разделяющая изучаемые элементы. В каждой материальной точке $\vec{X}$ на ней вводятся две величины: усилие $\vec{\tau}\left(S,\vec{X}\right)$ (сила, приложенная к единице площади поверхности) и плотность потока тепла $Q_S\left(S,\vec{X}\right)$ (количество тепла, протекающее через единицу площади поверхности в единицу времени).

Если несколько поверхностей касаются в некоторой материальной точке $\vec{X}$, т. е. имеют общую нормаль, то усилия к этим поверхностям в данной точке будут одинаковы. Это значит, что если задана точка на поверхности, то усилие в этой точке зависит от свойств самой поверхности только через нормаль к ней (это утверждение составляет содержание так называемого постулата Коши):

$$\vec{\tau}\left(S,\vec{X}\right)\equiv\vec{\tau}\left(\vec{n}_S,\vec{X}\right). \tag{1.1}$$

Аналогичный постулат естественно предположить в отношении $Q_S\left(S,\vec{X}\right)$:

$$Q_s\left(S,\vec{X}\right)\equiv Q_s\left(\vec{n}_S,\vec{X}\right). \tag{1.2}$$

Теорема Коши, которая вытекает из постулата Коши и баланса импульса, утверждает, что если поле усилий $\vec{\tau}\left(\vec{n}_S,\vec{X}\right)$ есть непрерывная функция от $\vec{X}$, то зависимость $\vec{\tau}\left(\vec{n}_S,\vec{X}\right)$ от вектора $\vec{n}_S$ в (1.1) линейна. В силу сказанного выше о тензорах это значит, что существует тензорное поле второго ранга $T\left(\vec{X}\right)$ такое, что

$$\vec{\tau}\left(\vec{n},\vec{X}\right)=T\left(\vec{X}\right)\vec{n}\,. \tag{1.3}$$

Значение тензорного поля T в точке $\vec{X}$ называется тензором напряжений.

Из аналогичных соображений доказывается, что зависимость $Q\left(\vec{n}_S,\vec{X}\right)$ от $\vec{n}_S$ также линейна. Согласно теореме о представлении линейной скалярной функции векторного аргумента, это означает, что существует такое векторное поле $\vec{q}\left(\vec{X}\right)$, с помощью которого $Q\left(\vec{n}_S,\vec{X}\right)$ в (1.2) может быть представлена как

$$Q\left(\vec{n}_S,\vec{X}\right)=\vec{q}\left(\vec{X}\right)\vec{n}\,. \tag{1.4}$$

Значение векторного поля $\vec{q}$ в точке $\vec{X}$ называется вектором теплового потока в этой точке.

1.2 Уравнения баланса

Рассмотрим полевые формулировки законов сохранения:

1) массы (уравнение баланса массы):

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\mathrm{grad}\rho\cdot\vec{v}+\rho\mathrm{div}\vec{v}=0, \tag{1.5}$$

где $\frac{\partial\rho}{\partial t}$ характеризует скорость изменения массы (плотности), а $\left(\mathrm{grad}\rho\cdot\vec{v}+\rho\mathrm{div}\vec{v}\right)$ − пространственное изменение потока массы $\vec{j}$, т.е. $\mathrm{div}\vec{j}=\mathrm{div}\left(\rho\vec{v}\right)=\left(\mathrm{grad}\rho\cdot\vec{v}+\rho\mathrm{div}\vec{v}\right)$.

2) импульса (уравнение баланса импульса):

$$\rho\left(\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+\mathrm{grad}\vec{v}\cdot\vec{v}\right)=\mathrm{div}T+\rho\vec{b}\,, \tag{1.6}$$

где левая часть уравнения характеризует скорость изменения импульса, а правая − силы, действующие в системе.

3) <u>момента импульса</u> (уравнение баланса момента импульса):

$$T=T^{T}\,, \tag{1.7}$$

4) <u>внутренней энергии</u> (уравнение баланса внутренней энергии):

$$\frac{\partial e}{\partial t}+\mathrm{grad}e\cdot\vec{v}=-\mathrm{div}\vec{q}+\mathrm{tr}\left(T^{T}\mathrm{grad}\vec{v}\right)+\rho Q_{V}\,, \tag{1.8}$$

где левая часть уравнения характеризует скорость изменения внутренней энергии, а правая − его источники, т.е. тепловой поток, внутренние напряжения и объемное тепловыделение в системе.

Здесь ρ – плотность, e – удельная внутренняя энергия, $\vec{v}$ – скорость, T – тензор напряжений (tr – операция взятия следа тензора, индекс T означает транспонирование тензора), $\vec{j}=\rho\vec{v}$ − плотность потока вещества, $\vec{q}$ – вектор теплового потока, Q_V – объемное тепловыделение на единицу массы, $\vec{b}$ – массовая сила.

Это четыре основных закона механики сплошных сред в эйлеровых переменных в дифференциальной (локальной) форме.