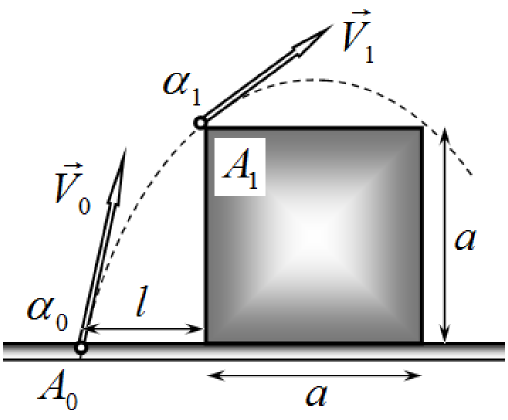
Задача 1.



Минимальной скорости бросания V_0 соответствует траектория, касающаяся двух верхних вершин куба. Из закона сохранения механической энергии следует, что скорость в точке бросания A_0 будет минимальна, если будет минимально возможной скорость в вершине угла A_1.

Чтобы перелететь через верхнюю грань куба, камень должен пролететь по горизонтали расстояние a. Поэтому в вершине A_1 вектор скорости должен быть направлен под углом $\alpha_1 = 45°$ к горизонту, его модуль может быть найден из формулы для максимальной дальности полета

$$a = \frac{V_1^2}{g} \quad \Rightarrow \quad V_1 = \sqrt{ga} \tag{1}$$

Тогда скорость в точке бросания находится из закона сохранения энергии

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + mga \quad \Rightarrow \quad V_0 = \sqrt{V_1^2 + 2ga} = \sqrt{3ga}\,. \tag{2}$$

Для определения угла бросания воспользуемся тем, что горизонтальная компонента скорости в процессе движения сохраняется, поэтому

$$V_0 \cos\alpha_0 = V_1 \cos\alpha_1 \quad \Rightarrow \quad \cos\alpha_0 = \frac{V_1}{V_0}\cos\alpha_1 = \sqrt{\frac{1}{6}}\,, \tag{3}$$

или $\alpha_0 = \arccos\left(\sqrt{\frac{1}{6}}\right) \approx 66°$. Далее потребуется $\sin\alpha_1 = \sqrt{1 - \frac{2}{4 \cdot 3}} = \sqrt{\frac{5}{6}}$

Время подъема до вершины A_1 найдем из закона изменения вертикальной компоненты скорости

$$V_1 \sin\alpha_1 = V_0 \sin\alpha_0 - gt_1 \quad \Rightarrow \quad t_1 == \frac{V_0 \sin\alpha_0 - V_1 \sin\alpha_1}{g} = \frac{\sqrt{\frac{5}{6}ga} - \sqrt{\frac{1}{2}ga}}{g} = \sqrt{\frac{a}{g}}\left(\sqrt{\frac{5}{6}} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right).$$

Наконец, находим расстояние от стенки куба до точки бросания:

$$l = V_1 \cos\alpha_1 \cdot t_1 = \sqrt{ga}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{a}{g}}\left(\sqrt{\frac{5}{6}} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right) = a\left(\sqrt{\frac{5}{12}} - \frac{1}{2}\right) \approx 0{,}15a\,. \tag{4}$$

Задача 2

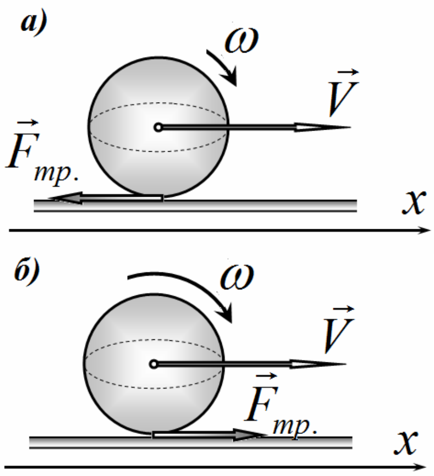
Часть 1. Качение с проскальзыванием.

1.1 Качение без проскальзывания будет происходить, если скорость точки касания шара относительно поверхности будет равна нулю. Это условие будет выполняться при

$$V = \omega R . \tag{1}$$

1.2 Если условие (1) не выполняется, то шар будет двигаться с проскальзыванием. В этом случае на шар со стороны поверхности будет действовать сила трения. Направление этой силы зависит от соотношения между линейной и угловыми скоростями.

Если $V > \omega R$, то сила трения направлена в сторону, противоположную направлению поступательного движения (рис. 1а). В этом случае линейная скорость шара будет уменьшаться, а угловая скорость расти. Уравнения, описывающие изменения скоростей, (записанные на основе второго закона Ньютона в проекции на ось Ox и основного уравнения динамики вращательного движения относительно оси, проходящей через центр шара) имеют вид



$$\begin{aligned} m\frac{dV}{dt} &= -F_{тр.} \\ I_0\frac{d\omega}{dt} &= F_{тр.}R \end{aligned} \tag{2}$$

Если $V < \omega R$, то сила трения увеличивает скорость поступательного движения и тормозит вращение (рис. 1б). Уравнения движения в этом случае имеют вид

$$\begin{aligned} m\frac{dV}{dt} &= F_{тр.} \\ I_0\frac{d\omega}{dt} &= -F_{тр.}R \end{aligned} \tag{3}$$

В обоих случаях из записанных уравнений следует, что выполняется условие

$$mR\frac{dV}{dt} + I_0\frac{d\omega}{dt} = 0 . \tag{4}$$

Из этого соотношения следует, что величина[1]

$$mRV + I_0\omega = const \tag{5}$$

остается постоянной в процессе движения.

Проскальзывание прекратится, когда будет выполнено условие $\omega = \frac{V}{R}$, далее шар будет катиться с постоянной скоростью (если, конечно, пренебречь силой трения качения). Из уравнения (5) следует

$$mRV + I_0\omega = const = mRV_0 + I_0\omega_0 . \tag{6}$$

Учитывая, что момент инерции шара относительно его центра равен $I_0 = \frac{2}{5}mR^2$, а также соотношение между угловой и линейной скоростями при установившемся движении, запишем

$$mRV + \frac{2}{5}mR^2\frac{V}{R} = const = mRV_0 + \frac{2}{5}mR^2\omega_0 . \tag{7}$$

Откуда следует, что скорость установившегося движения шара равна

[1] Отметим, что эта величина является моментом импульса относительно произвольной точки, находящейся на поверхности. Сохранение этой величины следует из закона сохранения импульса, так как момент силы трения относительно оси, лежащей в плоскости качения.

$$V = \frac{5}{7}\left(V_0 + \frac{2}{5}R\omega_0\right). \tag{8}$$

1.3 Шар изменит направление своего движения, если скорость установившегося движения станет отрицательной. Из выражения (8) следует, что это произойдет, если

$$\omega_0 < -\frac{5}{2}\frac{V_0}{R}. \tag{9}$$

Понятно, что в этом случае направление вращения в начальном состоянии противоположно направлению, указанному на рисунках.

Часть 2. Соударение.

2.1 В процессе столкновения импульс шаров сохраняется, что выражается уравнением

$$mV_0 = mu_1 + mu_2. \tag{10}$$

Так как по условию задачи за время столкновения угловые скорости шаров не изменяются, то уравнение закона сохранения механической энергии имеет вид

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2}. \tag{11}$$

Из этих уравнений следует, что скорости шаров после столкновения оказываются равными

$$\begin{aligned} u_1 &= 0 \\ u_2 &= V_0 \end{aligned}. \tag{12}$$

2.2 Угловая скорость вращения первого шара сразу после удара равна $\omega_0 = \frac{V_0}{R}$, следовательно, как следует из формулы (8), скорость его установившегося движения равна

$$V_1 = \frac{5}{7}\left(u_1 + \frac{2}{5}R\omega_0\right) = \frac{2}{7}V_0. \tag{13}$$

Угловая скорость второго шара после удара равна нулю, поэтому скорость его установившегося движения

$$V_2 = \frac{5}{7}V_0. \tag{14}$$

2.3 Кинетическая энергия шара, катящегося без проскальзывания, может быть записана в виде

$$E_{кин.} = \frac{mV^2}{2} + \frac{I_0\omega^2}{2} = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{7}{10}mV^2. \tag{15}$$

Поэтому доля энергии, которая перейдет в тепловую, рассчитывается по формуле

$$\varepsilon = \frac{E_{k0} - E_{k1`}}{E_{k0}} = 1 - \frac{E_{k1`}}{E_{k0}} = 1 - \frac{V_1^2 + V_2^2}{V_0^2} = 1 - \left(\frac{4}{49} + \frac{25}{49}\right) = \frac{20}{49} \approx 41\%. \tag{16}$$

<u>Задача 3.</u>

0. Давление воздуха убывает с высотой по закону (барометрическая формула):

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{Mgh}{RT}\right) \tag{1}$$

Из этой формулы следует, что высота, на которой давление убывает на 10%, оценивается как

$$\boxed{H = \frac{RT}{Mg}\ln\frac{P_0}{P} = \frac{8{,}31\cdot 273}{29\cdot 10^{-3}\cdot 9{,}8}\ln\frac{1}{0{,}9} \approx 840\,м} \tag{2}$$

Часть 1. Силой тяжести пренебрегаем!

1.1 Давление газа в сосуде рассчитаем с помощью уравнения состояния идеального газа

$$\boxed{P^{(0)}V = \frac{m}{M}RT \quad \Rightarrow \quad P^{(0)} = \frac{m}{M}\frac{RT}{Sh}}. \tag{3}$$

1.2 Так как объем газа в сосуде остается постоянным, то теплоемкость двухатомного газа равна

$$\boxed{C^{(0)} = \frac{5}{2}\frac{m}{M}R}. \tag{4}$$

Часть 2. Силу тяжести учитываем!

2.1 При наличии силы тяжести давление убывает с высотой в соответствии с формулой (1). Разность сил давления на дно и верхнюю грань сосуда равна силе тяжести, действующей на газ:

$$mg = (P_0 - P)S = P_0 S\left(1 - \exp\left(-\frac{Mgh}{RT}\right)\right). \tag{5}$$

Откуда следует, что давление на дно сосуда описывается формулой

$$\boxed{P_0 = \frac{mg}{S\left(1 - \exp\left(-\frac{Mgh}{RT}\right)\right)}}. \tag{6}$$

2.1.1 В очень высоком сосуде ($\beta >> 1$) можно пренебречь экспонентой в знаменателе формулы (6), в этом случае

$$\boxed{P_0 = \frac{mg}{S}}. \tag{7}$$

2.1.2 При малых значениях β следует разложить экспоненту в ряд. Если оставить только два члена разложения, то получим формулу (3), описывающую давление при отсутствии силы тяжести. Следовательно, для определения поправки к давлению следует разлагать экспоненту до квадратичного члена:

$$P_0 = \frac{mg}{S\left(1-\exp\left(-\frac{Mgh}{RT}\right)\right)} \approx \frac{mg}{S\left(1-\left(1+\left(-\frac{Mgh}{RT}\right)+\frac{1}{2}\left(-\frac{Mgh}{RT}\right)^2\right)\right)} = \frac{mg}{S\frac{Mgh}{RT}\left(1-\frac{1}{2}\left(\frac{Mgh}{RT}\right)\right)} =$$

$$= \frac{m}{MSh}RT\left(1+\frac{1}{2}\left(\frac{Mgh}{RT}\right)\right) = \frac{mRT}{MSh}+\frac{mg}{2S} = \frac{mRT}{MSh}\left(1+\frac{1}{2}\frac{Mgh}{RT}\right) = P^{(0)}\left(1+\frac{\beta}{2}\right)$$

Таким образом, искомая поправка к давлению составляет

$$\varepsilon_P = \frac{P_0 - P^{(0)}}{P^{(0)}} = \frac{\beta}{2} = 0{,}5\% \,.. \qquad (8)$$

3.1 Потенциальная энергия газа рассчитывается по формуле

$$U_g = mgH_c\,, \qquad (9)$$

Где H_C - высота, на которой находится центр масс газа. Для расчета последней применим формулу

$$mh_C = \int_0^h \rho Szdz = \int_0^h \rho_0 \exp\left(-\frac{Mgz}{RT}\right)Szdz \qquad (10)$$

Здесь $\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{Mgz}{RT}\right)$ - зависимость плотности газа от высоты.

Для вычисления интеграла сделаем замену переменных $\xi = \frac{z}{h}$, $\frac{Mgz}{RT} = \frac{Mgh}{RT}\frac{z}{h} = \beta\xi$. Тогда

$$\int_0^h \rho_0 \exp\left(-\frac{Mgz}{RT}\right)Szdz = \rho_0 Sh^2 \int_0^1 \xi \exp(-\beta\xi)d\xi$$

Этот интеграл легко можно вычислить дифференцированием по параметру

$$\int_0^1 \exp(-\beta\xi)d\xi = \frac{1}{\beta}\left(1-\exp(-\beta)\right) \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{d\beta}(c) = \frac{d}{d\beta}\left(\frac{1}{\beta}\left(1-\exp(-\beta)\right)\right) \quad \Rightarrow$$

$$\int_0^1 \xi \exp(-\beta\xi)d\xi = \frac{1-\exp(-\beta)-\beta\exp(-\beta)}{\beta^2}$$

Подставляя найденное значение в формулу (10), получим

$$U_g = mgh_C = \rho_0 gSh^2 \frac{1-\exp(-\beta)-\beta\exp(-\beta)}{\beta^2} \qquad (11)$$

Плотность газа у дна сосуда выразим чрез найденное давление с помощью уравнения состояния

$$PV = \frac{m}{M}RT \quad \Rightarrow \quad \rho_0 = \frac{m}{V} = \frac{M}{RT}P_0 = \frac{M}{RT}\frac{mg}{S\left(1-\exp(-\beta)\right)}\ .$$

Громоздкое, на первый взгляд, выражение для потенциальной энергии можно преобразовать к компактному виду:

$$U_g = \frac{M}{RT}\frac{mg}{S(1-\exp(-\beta))} gSh^2 \frac{1-\exp(-\beta)-\beta\exp(-\beta)}{\beta^2} =$$
$$= \frac{m}{M}RT\left(\frac{Mgh}{RT}\right)^2 \frac{1-\exp(-\beta)-\beta\exp(-\beta)}{\beta^2(1-\exp(-\beta))} = \frac{m}{M}RT\left(1-\frac{\beta\exp(-\beta)}{1-\exp(-\beta)}\right) = \tag{12}$$
$$= \frac{m}{M}RT - \frac{mgh}{\exp(\beta)-1}$$

Для упрощения дальнейших выкладок рассмотрим приближенные выражения для потенциальной энергии в крайних случаях.

В очень высоком сосуде ($\beta >> 1$) :

$$U_g = \frac{m}{M}RT\,, \tag{13}$$

Откуда следует, известный факт, что высота центра H_C масс бесконечно высокого столба газа удовлетворяет условию $\frac{MgH_C}{RT} = 1$.

При малых высотах в формуле (12) следует аккуратно провести разложение экспоненты и получающейся дроби:

$$U_g = \frac{m}{M}RT - \frac{mgh}{\exp(\beta)-1} \approx \frac{m}{M}RT - \frac{mgh}{1+\beta+\frac{1}{2}\beta^2+\frac{1}{6}\beta^3-1} \approx \frac{m}{M}RT - \frac{mgh}{\beta\left(1+\frac{1}{2}\beta+\frac{1}{6}\beta^2\right)} \approx$$
$$\approx \frac{m}{M}RT - \frac{mgh}{\beta}\left(1-\left(\frac{1}{2}\beta+\frac{1}{6}\beta^2\right)+\left(\frac{1}{2}\beta+\frac{1}{6}\beta^2\right)^2\right) \approx \tag{14}$$
$$\approx \frac{m}{M}RT - \frac{mgh}{\beta}\left(1-\frac{1}{2}\beta-\frac{1}{6}\beta^2+\frac{1}{4}\beta^2\right) = \frac{m}{M}RT - \frac{m}{M}RT\left(1-\frac{1}{2}\beta+\frac{1}{12}\beta^2\right) =$$
$$= \frac{m}{M}RT\beta\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{12}\beta\right) = \frac{mgh}{2}\left(1-\frac{1}{6}\left(\frac{Mgh}{RT}\right)\right)$$

В первом не исчезающем приближении потенциальная энергия выражается очевидной формулой $U_g = \frac{mgh}{2}$. Следующее слагаемое дает поправку, зависящую от температуры.

3.2 Теплоемкость газа при постоянном объеме равна

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V\,. \tag{15}$$

В данном случае теплоемкость можно представить в виде суммы двух слагаемых. Первое – связанное с изменением внутренней энергии, описываемое формулой (4). Второе связанное с изменением потенциальной энергии в поле тяжести земли, которое вычисляется как производная от выражения (12)

$$C_{Vg} = \frac{dU_g}{dT} = \frac{d}{dT}\left(\frac{m}{M}RT - \frac{mgh}{\exp\left(\frac{Mgh}{RT}\right)-1}\right) = \frac{m}{M}R - \frac{mgh\cdot\exp\left(\frac{Mgh}{RT}\right)}{\left(\exp\left(\frac{Mgh}{RT}\right)-1\right)^2}\frac{Mgh}{RT^2} = \,. \tag{16}$$
$$= \frac{m}{M}R - \frac{m}{M}R\beta^2\frac{\beta^2\exp(-\beta)}{(1-\exp(-\beta))^2}$$

Таким образом, полная теплоемкость газа в сосуде оказывается равной

$$\boxed{C_{Vg} = \frac{7}{2}\frac{m}{M}R - \frac{m}{M}R\frac{\beta^2 \exp(-\beta)}{(1-\exp(-\beta))^2}}. \qquad (16)$$

Для того, чтобы получить приближенные формулы в предельных случаях воспользуемся проведенным разложением потенциальной энергии.

3.2.1 В очень высоком сосуде (при $\beta >> 1$)

$$U = \frac{5}{2}\frac{m}{M}RT + \frac{m}{M}RT = \frac{7}{2}\frac{m}{M}RT \quad \Rightarrow \quad C_V = \frac{7}{2}\frac{m}{M}R \qquad (17)$$

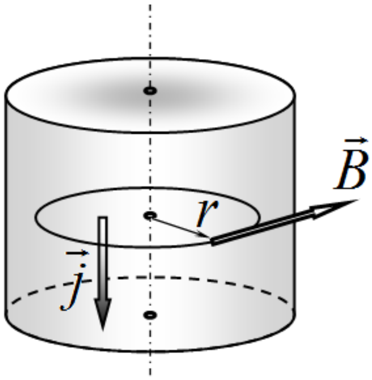
3.2.2 При малых высотах ($\beta << 1$):

$$U = \frac{5}{2}\frac{m}{M}RT + \frac{mgh}{2}\left(1 - \frac{1}{6}\left(\frac{Mgh}{RT}\right)\right) \quad \Rightarrow$$
$$C_V = \frac{5}{2}\frac{m}{M}R + \frac{mgh}{12}\frac{Mgh}{RT^2} = \frac{5}{2}\frac{m}{M}R + \frac{1}{12}\frac{m}{M}R\left(\frac{Mgh}{RT}\right)^2 = \frac{5}{2}\frac{m}{M}R\left(1 + \frac{1}{12}\beta^2\right) \qquad (18)$$

Относительное изменение теплоемкости в этом случае составит

$$\varepsilon_C = \frac{C - C^{(0)}}{C^{(0)}} = \frac{1}{12}\beta^2 \approx 8\cdot 10^{-4}\% \ . \qquad (19)$$

Задача 4.



Так как система обладает осевой симметрией, для расчета индукции магнитного поля удобно воспользоваться теоремой о циркуляции магнитного поля

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \oiint_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\cdot d\vec{S} \qquad (1)$$

Применим эту теорему к контуру в форме окружности радиуса $r = \frac{a}{2}$, находящейся внутри прослойки, плоскость которой параллельна пластинам, а центр находится на оси конденсатора. Тогда (с учетом $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$, $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$):

$$2\pi r\frac{B}{\mu_0} = \pi r^2\left(j + \varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E}{\partial t}\right) \;\Rightarrow\; B = \frac{a}{4}\mu_0\left(j + \varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E}{\partial t}\right). \qquad (2)$$

Выразим плотность тока и напряженность электрического поля через напряжение между пластинами конденсатора U:

$$j = \frac{I}{S} = \frac{U}{R_C S} = \frac{U}{\rho\frac{h}{S}S} = \frac{U}{\rho h}. \qquad (3)$$

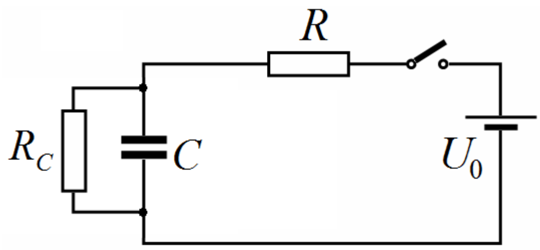
$$E = \frac{U}{h} \qquad (4)$$

Здесь $R_C = \rho\frac{h}{S}$ - сопротивление слоя между пластинами.

Тогда из выражения (2) следует

$$B = \frac{a}{4}\mu_0\left(j + \varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E}{\partial t}\right) = \frac{a}{4}\mu_0\left(\frac{U}{\rho h} + \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{h}\frac{dU}{dt}\right). \qquad (5)$$

Построим эквивалентную схему цепи, принимая во внимание утечку конденсатора.



1. При подключенном источнике в установившемся режиме постоянное напряжение на конденсаторе определяется формулой

$$\bar{U} = U_0\frac{R_C}{R_C + R}. \qquad (6)$$

Следовательно, в этом случае индукция магнитного поля равна

$$\boxed{B_1 = \frac{a}{4}\mu_0\frac{\bar{U}}{\rho h} = \frac{a}{4}\mu_0\frac{\bar{U}}{\rho h} = \frac{\mu_0 U_0}{4\pi a}\frac{1}{\frac{\rho h}{\pi a^2} + R}}. \qquad (7)$$

2. В процессе разрядки напряжение на конденсаторе изменяется по закону

$$U = \bar{U}\exp\left(-\frac{t}{R_C C}\right). \qquad (8)$$

А его производная

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{1}{R_C C}\bar{U}\exp\left(-\frac{t}{R_C C}\right) = -\frac{1}{R_C C}U. \qquad (9)$$

Учитывая, что $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{h}$, $R_C = \rho\dfrac{h}{S}$, из формулы (5) получим

$$B_2 = \frac{a}{4}\mu_0\left(\frac{U}{\rho h} + \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{h}\frac{dU}{dt}\right) = \frac{a}{4}\mu_0\left(\frac{U}{\rho h} - \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{h}\frac{1}{\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{h}\cdot\rho\dfrac{h}{S}}U\right) = 0\,. \qquad (10)$$

Т.е. в процессе разрядки магнитное поле внутри конденсатора отсутствует.

Задача 5.

В данном эксперименте периодическая картина возникает в результате интерференции волн отраженных от двух зеркал. Рассмотрим сначала случай монохроматического излучения. При двухлучевой интерференции суммарная интенсивность описывается формулой

$$I = 2I_0\left(1+\cos\Delta\varphi\right). \quad (1)$$

где $\Delta\varphi$ - разность фаз между интерферирующими волнами. В рассматриваемом эксперименте эта разность фаз зависит от времени. Эту зависимость можно представить в виде

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\left(2Vt\right) = 2\frac{V}{c}\omega t = \gamma\omega t\,. \quad (2)$$

Мы полагаем, что в момент времени $t=0$ длин плеч интерферометра равны, кроме того, в этой формуле обозначено $\gamma = 2\frac{V}{c}$ - постоянная величина, $\omega = 2\pi\nu$ - круговая частота световой волны. Если источник испускает немонохроматическое излучение, то необходимо просуммировать интенсивности всех спектральных компонент. Напоминаем, волны разных длин волн не интерферируют!

В рассматриваем случае, суммарная интенсивность представляется в виде

$$I(t) = 2I_0\left(1+\cos(\gamma\omega_0 t)\right) + 2I_1\left(1+\cos\left(\gamma\left(\omega_0+\Delta\omega\right)t\right)\right). \quad (3)$$

Эта формула описывает «биения» - сложение двух периодических колебаний с близкими частотами. Преобразуем эту формулу стандартным способом описания биений

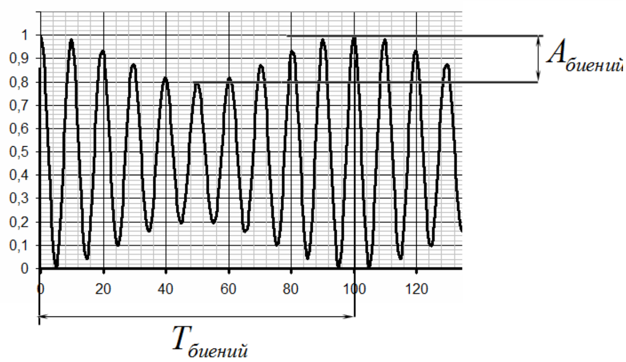
$$\begin{aligned} I(t) &= 2I_0\left(1+\cos(\gamma\omega_0 t)\right) + 2I_1\left(1+\cos\left(\gamma\left(\omega_0+\Delta\omega\right)t\right)\right) = \\ &= 2\left(I_0+I_1\right) + 2\left(I_0-I_1\right)\cos(\gamma\omega_0 t) + 2I_1\left(\cos(\gamma\omega_0 t) + \cos\left(\gamma\left(\omega_0+\Delta\omega\right)t\right)\right) = \\ &= 2\left(I_0+I_1\right) + 2\left(I_0-I_1\right)\cos(\gamma\omega_0 t) + 4I_1\cos\left(\gamma\frac{\Delta\omega}{2}t\right)\cos\left(\gamma\left(\omega_0+\frac{\Delta\omega}{2}\right)t\right) \end{aligned} \quad (4)$$

Из этой формулы следует, что частота биений равна

$$\Omega_{биений} = \gamma\frac{\Delta\omega}{2}\,. \quad (5)$$

По графику можно найти период биений, поэтому с помощью формулы (5) найдем его:

$$T_{биений} = \frac{2\pi}{\Omega_{биений}} = \frac{2\pi}{\gamma\frac{2\pi\Delta\nu}{2}} = \frac{2}{\gamma\Delta\nu} \approx 100 \quad (6)$$



Период несущих колебаний определяется аналогичной формулой

$$T_0 = \frac{2\pi}{\gamma\omega_0} = \frac{1}{\gamma\nu_0} \approx 10 \quad (7)$$

Из этих формул находим

$$\boxed{\frac{T_0}{T_{биений}} = \frac{\Delta\nu}{2\nu_0} \quad\Rightarrow\quad \frac{\Delta\nu}{\nu_0} = 2\frac{T_0}{T_{биений}} \approx 0{,}2} \quad (8)$$

Также из формулы (4) следует, что амплитуда биений равна $A_{биений} = 4I_1$. Очевидно, что максимальное значение интенсивности равно

$$A_{\max} = 4(I_0 + I_1). \tag{9}$$

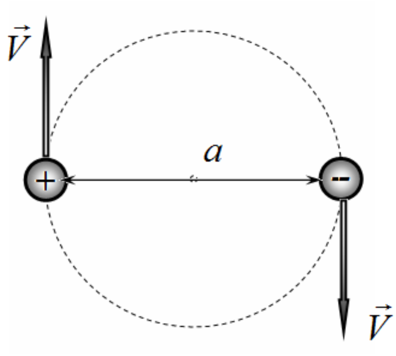
По графику находим:

$$A_{биений} \approx 0{,}2\,,\;\; A_{\max} \approx 1$$

Следовательно,

$$\boxed{\frac{A_{\max}}{A_{биений}} = \frac{I_0 + I_1}{I_1} = 5 \quad \Rightarrow \quad \frac{I_1}{I_0} = 0{,}25} \tag{10}$$

Задача 6.



Электрон и позитрон движутся по круговой орбите вокруг общего центра масс. Обозначим расстояние между ними (диаметр орбиты) - a, скорости частиц - V.

На основании 2 закона Ньютона и закона Кулона запишем:

$$\frac{mV^2}{a/2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{a^2} \quad \Rightarrow \quad mV^2 = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{a}. \qquad (1)$$

Полная энергия системы выражается через скорости частиц

$$E = 2\frac{mV^2}{2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{a} = -mV^2 \qquad (2)$$

Правило квантования Н.Бора гласит, что момент импульса системы квантуется по правилу

$$mVa = n\hbar \qquad (3)$$

Для основного состояния $n = 1$. Из уравнений (1) и (3) находим

$$\begin{cases} mV^2 = \dfrac{1}{8\pi\varepsilon_0}\dfrac{e^2}{a} \\ mVa = \hbar \end{cases} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{\hbar}{mV} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{\hbar} \qquad (4)$$

Следовательно, полная энергия системы равна

$$E = -m\left(\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{\hbar}\right)^2 = -\frac{me^4}{16\varepsilon_0 h^2} \qquad (5)$$