

**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

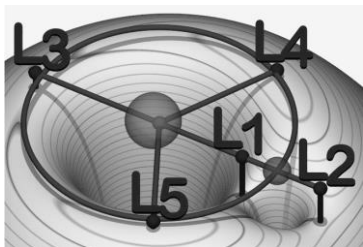


**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

***XIV открытая студенческая  
олимпиада по физике***

1. Полный набор заданий состоит из 5 задач, тексты которых приведены на 4 страницах.
2. Все вопросы задач, на которые Вы должны дать ответы выделены в текстах рамками.
3. На решение всех задач отводится 4 часа.
4. Решения задач оформляйте на выданных листах, решение каждой задачи начинайте с нового листа.
5. При решении задач разрешается пользоваться калькулятором и чертежными принадлежностями.
6. Необходимые численные данные приведены на последней странице

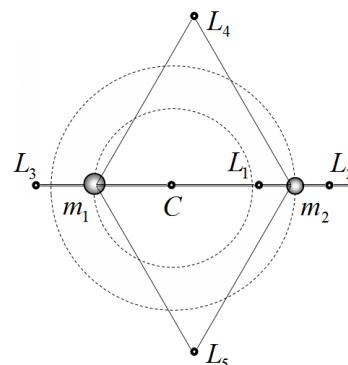
**Минск  
2022**



### Задача 1. Точки Лагранжа.

**Точки Лагранжа, точки либрации** (лат. *librātiō* — раскачивание) или **L-точки** — точки в системе из двух массивных тел, в которых третье тело с пренебрежимо малой массой, не испытывающее воздействия никаких других сил, кроме гравитационных со стороны двух первых тел, может оставаться неподвижным относительно этих тел.

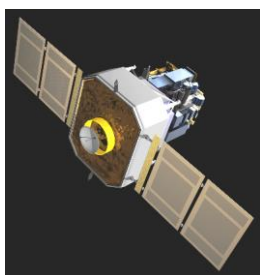
Рассмотрим задачу «двух» тел: два массивных тела (масса одного из них  $m_1$ , масса второго  $m_2$ , для определенности будем считать, что  $m_1 > m_2$ ) движутся только под действием силы гравитационного взаимодействия по круговым орбитам. Расстояние между телами остается неизменным и равным  $R$ .



1. Докажите, что центры окружностей, по которым движутся тела, совпадают с центром масс системы этих тел.
2. Найдите радиусы траектория  $R_1, R_2$  обоих тел.

Добавим в рассматриваемую систему третье тело, масса которого  $m_0$  значительно меньше масс первых двух тел. Для этого третьего тела существует ровно пять точек Лагранжа. Первые три точки Лагранжа лежат на прямой, соединяющей массивные тела:  $L_1$  - между этими телами,  $L_2$  - за более легким телом  $m_2$ ;  $L_3$  - за более тяжелым телом  $m_1$ . Оставшиеся две точки Лагранжа  $L_4, L_5$  - расположены симметрично относительно прямой, соединяющей массивные тела.

3. Получите точные уравнения, позволяющие определить расстояния  $x_1, x_2$  от менее массивного тела  $m_2$  до точек Лагранжа  $L_1, L_2$ , соответственно.
4. Докажите, что точки Лагранжа  $L_4, L_5$  лежат в вершинах правильных треугольников, одна из сторон которых совпадает с отрезком, соединяющим массивные тела.



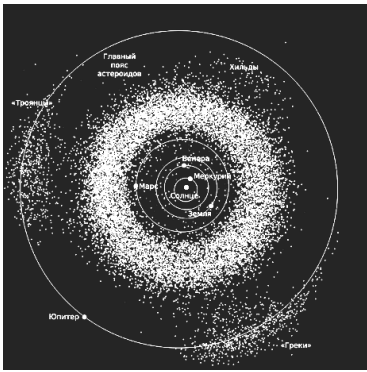
**SOHO** — космический аппарат для наблюдения за Солнцем. Совместный проект ЕКА и НАСА. Был запущен 2 декабря 1995 года и приступил к работе в мае 1996 года. Аппарат находится на прямой, соединяющей Солнце и Землю, его положение относительно Земли остается практически неизменным с течение времени.

5. Рассчитайте, на каком расстоянии от Земли находится аппарат SOHO.



25 декабря 2021 года с космодрома Куру при помощи ракеты «Ариан-5» был успешно запущен космический аппарат, снабженный инфракрасным телескопом «Джеймс Уэбб» (англ. *James Webb Space Telescope, JWST*). В январе 2022 года этот аппарат вышел в точку своей постоянной дислокации. Положение телескопа будет оставаться практически неизменным относительно Земли, причем все время он будет находиться в тени Земли.

6. Рассчитайте, на каком расстоянии от Земли располагается аппарат JWST.



Малые планеты (астероиды) распределены в Солнечной системе крайне неравномерно: помимо известного пояса астероидов, расположенного между орбитами Марса и Юпитера, имеются две большие группы астероидов, движущиеся вблизи орбиты Юпитера. Эти группы называются «троянцы» и «греки».

7. Кратко (в двух предложениях) объясните существование этих групп астероидов.

8. Рассчитайте, на каком расстоянии от Юпитера находятся центры этих групп астероидов.

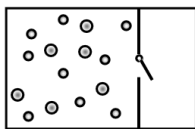
## Задача 2. Демон Максвелла без... демона!



*Мысленный эксперимент состоит в следующем: предположим, сосуд с газом разделён непроницаемой перегородкой на две части: правую и левую. Молекулы хаотично движутся. В перегородке есть отверстие с устройством (так называемый демон Максвелла), которое позволяет пролетать быстрым*

*молекулам газа только из левой части сосуда в правую, а медленным молекулам — только из правой части сосуда в левую (демон «открывает» и «закрывает» перегородку перед молекулами, оценивая их скорость). Тогда через большой промежуток времени «горячие» молекулы окажутся в правом сосуде, а «холодные» останутся в левом.*

Однако, частичное разделение молекул может происходить и без «мифического демона»!



Сосуд разделен перегородкой на две части: в одной находится смесь одноатомных газов, молярная масса одного  $M_1$ , молярная масса второго -  $M_2$ . Концентрации газов одинаковы. Во второй части сосуда – вакуум. В перегородке имеется малой отверстие площади  $S$ , снабженное заслонкой.

Отверстие открывают на малый промежуток времени  $\Delta t$ . Возвращением молекул из второй части сосуда в первую можно пренебречь.

1. Найдите отношение концентраций газов  $\frac{n_1}{n_2}$  во второй части сосуда после открытия и закрытия отверстия.

Теперь рассмотрим случай, когда в первой части сосуда находится чистый гелий (в газообразном состоянии) при температуре  $T_0$ , а во второй – по-прежнему вакуум. Отверстие открывают на малый промежуток времени  $\Delta t$ .

2. Рассчитайте относительное изменение температуры газа во второй части сосуда после открывания отверстия  $\frac{T - T_0}{T_0}$ .

Теплоемкостью сосуда следует пренебречь.

Подсказка: Распределение Максвелла проекции скорости молекул на произвольную ось описывается функцией

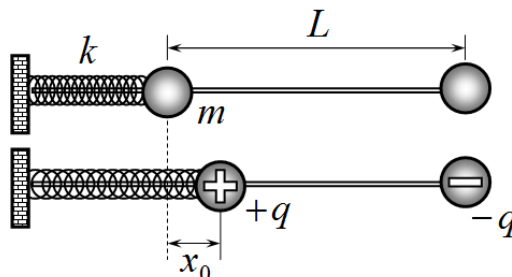
$$\varphi(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right).$$

### Задача 3. Кто кого?



Разные силы по-разному зависят от координат тела. Комбинации этих сил могут приводить к различным неожиданным ситуациям, одна из которых рассматривается в данной задаче.

В задаче рассматривается следующая установка. Небольшой шарик массы  $m$  может скользить без трения по горизонтальному непроводящему стержню. Шарик прикреплен к пружине жесткости  $k$ , второй конец пружины жестко закреплен. Ко второму концу стержню прикреплен такой же шарик. В положении равновесия расстояние между шариками равно  $L$ .



Шарикам сообщают равные по модулю и противоположные по знаку электрические заряды  $+q, -q$ . При этом положение равновесия подвижного шарика смещается на величину  $x_0$ . Для анализа поведения подвижного шарика удобно вести безразмерный

$$\text{параметр } \beta = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L^3 k}.$$

1. Укажите физический смысл параметра  $\beta$ .
2. Постройте схематические графики зависимостей сил упругости и электростатического притяжения, действующих на подвижный шарик, от его координаты  $x$ .
3. Найдите численные значения параметра  $\beta$ , при которых подвижный шарик может находиться в положении равновесия на стержне, не касаясь второго закрепленного шарика.
4. Найдите возможное максимальное смещение  $x_{\max}$  подвижного шарика, при котором он может находиться в положении равновесия на стержне, не касаясь второго закрепленного шарика.

Шарикам сообщают электрические заряды такие, что положение равновесия смещается на величину  $x_0 = \eta L$  ( $\eta = 0,25$ ).

5. Рассчитайте, на сколько процентов изменится период малых колебаний шарика, при зарядке шариков (по сравнению с периодом колебаний при незаряженных шариках).
6. Определите максимально возможную амплитуду колебаний шарика в этом случае.

### Задача 4. Позитроний.

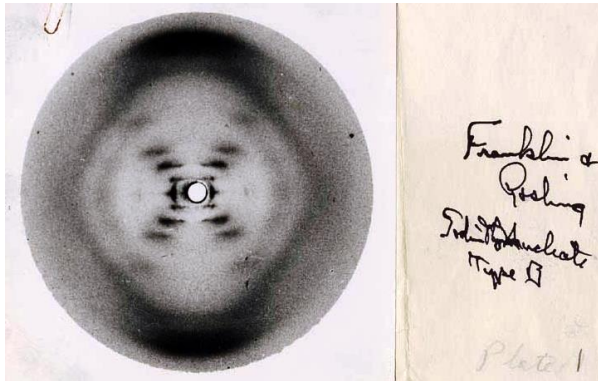


Позитроний – это связанная квантово-механическая система, состоящая из электрона и позитрона. Возможность образования позитрония обсуждалась ещё в середине 40-х годов. Атом позитрония был впервые синтезирован М. Дейчем в 1951 г. Не смотря на то, что время жизни позитрония мало (порядка  $10^{-7} c$ ) его характеристики хорошо изучены. Теоретическое описание свойств позитрония может быть проведено с помощью модели Н. Бора (аналогичной теории атома водорода). В этой теории механическое движение частиц описывается на основании

классических законов Ньютона. Кроме того, вводится дополнительное правило квантования: полный момент импульса системы может принимать только дискретные значения  $L = n\hbar$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$ ,  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$  - приведенная постоянная Планка.

Используя полуклассическую теорию Н. Бора, рассчитайте:

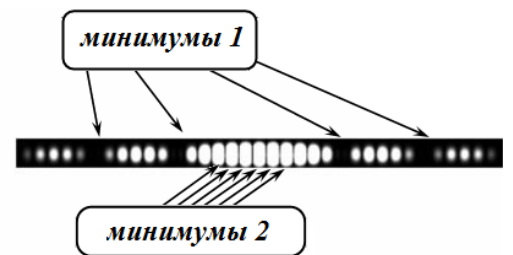
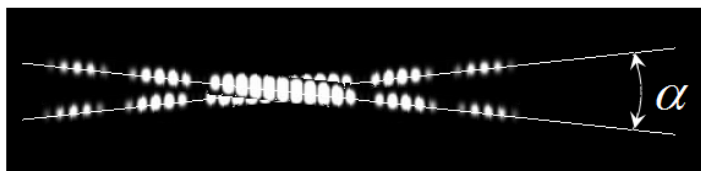
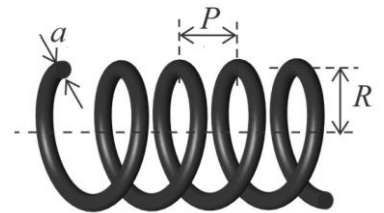
1. Радиус атома позитрония в основном состоянии.
2. Энергию ионизации атома позитрония (а электрон-вольтах).
3. Максимальную длину волны электромагнитного излучения, которое может поглотить атом позитрония, находящийся в основном состоянии.



### Задача 5. Как разгадали структуру ДНК?

В эксперименте Розалинды Франклин, известной как «Фото 51» (см. рис.), дифракция рентгеновских лучей на ДНК послужила открытию в 1952 году Уотсоном и Криком структуры ДНК в виде двойной спирали. В предлагаемом ниже эксперименте исследуется дифракция света на спиралевидной структуре.

В эксперименте луч лазера с длиной волны  $\lambda = 635 \text{ нм}$  падает на маленькую проволочную спираль перпендикулярно ее оси. При этом он полностью освещает несколько (порядка 10) витков спирали. На расстоянии  $L = 2,77 \text{ м}$  от спирали расположен экран, на котором наблюдается дифракционная картина, схематически показанная на рисунке.



Дифракционная картина представляет две одинаковые скрещенных полосы, состоящие из светлых пятен, разделенных темными промежутками. Угол между осями полосок равен  $\alpha = 10^\circ$ . На рисунке справа показана одна из этих полос. Интенсивности максимумов изменяются не монотонно, они модулируются некоторой периодической функцией. На каждой полосе можно выделить положения минимумов модуляции (минимумы 1) и положение минимумов между отдельными светлыми пятнами (минимумы 2).

Среднее расстояние между минимумами 1 равно  $\Delta x_1 = 11,6 \text{ мм}$ , среднее расстояние между минимумами 2 равно  $\Delta x_2 = 1,97 \text{ мм}$ .

1. Используя приведенные данные, рассчитайте геометрические характеристики спирали: радиус  $R$ , шаг спирали  $P$ , диаметр проволоки  $a$ .

Масса Солнца  $M_C = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ кг}$ .

Масса Земли  $M_3 = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ .

Масса Юпитера  $M_{Ю} = 1,9 \cdot 10^{27} \text{ кг}$ .

Радиус орбиты Земли  $R = 1,5 \cdot 10^8 \text{ км}$ .

Период обращения Юпитера вокруг Солнца  $T = 12 \text{ лет}$ .

Заряд электрона  $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ .

Масса электрона  $m_e = 9,10 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ .

Электрическая постоянная  $\varepsilon_0 = 8,82 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$ .